STUDIARE LA SEGUENTE FUNZIONE RAZIONALE FRATTA

$$y = \frac{2x^2+1}{x^2-1}$$

DOMINIO: SI TRATTA DI UNA FUNZIONE FRATTA, RAZIONALE, QUINDI PER LO STUDIO DEL DOMINIO SI PONE IL DENOMINATORE DIVERSO DA 0.

$$x^2-1 \neq 0$$

È UNA EQUAZIONE PURA: $x_{1,2} \neq \pm\sqrt{1} = \pm 1$

SONO QUINDI ACCETTATI TUTTI I VALORI DELLA X TRANNE I VALORI 1 e -1.

QUINDI IL DOMINIO È:

$$]-\infty, -1[\cup]-1, 1[\cup]1, +\infty[$$

PARI / DISPARI: PER LO STUDIO DELLA PARITÀ E DI EVENTUALI SIMMETRIE, SI SOSTITUISE "$-x$" AL POSTO DI "x":

$$f(-x) = \frac{2(-x)^2+1}{(-x)^2-1} = \frac{2x^2+1}{x^2-1}$$

HO RITROVATO LA FUNZIONE DI PARTENZA QUINDI È UNA FUNZIONE PARI CIOÈ SIMMETRICA RISPETTO ALL'ASSE DELLE ORDINATE

STUDIO DEL SEGNO: PER PROCEDERE ALLO STUDIO DEL SEGNO SI PONE LA FUNZIONE MAGGIORE DI ZERO.

$$\frac{2x^2+1}{x^2-1}>0$$

$N>0$

$$2x^2+1>0$$

$$2x^2+1=0$$

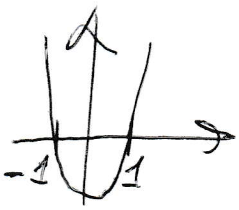
$$\Delta<0$$

$\boxed{\forall x \in \mathbb{R}}$

$D>0$

$$x^2-1>0$$

$$x=\pm 1$$



$x<-1 \vee x>1$

		-1		0		1	
N	+		+				+
D	+		−				+
	+		−				+

$f(x)>0, \quad x<-1 \vee x>1$

$f(x)<0 \quad -1<x<1$

INTERSEZIONE CON GLI ASSI

INT. ASSE X

$$\frac{2x^2+1}{x^2-1}=0$$

CONSIDERO SOLO IL NUMERATORE, IN QUANTO IL DENOMINATORE L'HO GIÀ DISCUSSO NEL DOMINIO E POSSO QUINDI ELIMINARLO

$$2x^2+1=0$$

$$x^2=-\frac{1}{2} \Rightarrow x=\pm\sqrt{-\frac{1}{2}}$$ IMPOSSIBILE, NO INT. CON ASSE X

INT. ASSE Y

$$y=\frac{2\cdot 0^2+1}{0^2-1}=-1$$ $P(0,-1)$ INT. ASSE Y

LIMITI/ASINTOTI

SI USANO I PUNTI TROVATI DAL DOMINIO:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\frac{2\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}}=2$$ $y=2$ ASINTOTO ORIZZONTALE

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\frac{2\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}}=2$$ $y=2$ ASINTOTO ORIZZONTALE

$$\lim_{x\to-1^-} f(x)=\frac{3}{0^+}=+\infty \qquad \lim_{x\to+1^+} f(x)=\frac{3}{0^+}=+\infty$$

$$\lim_{x\to-1^+} f(x)=\frac{3}{0^-}=-\infty \qquad \lim_{x\to+1^-} f(x)=\frac{3}{0^-}=-\infty$$

QUINDI:

$x=1 \vee x=-1$ SONO I DUE ASINTOTI **VERTICALI**

DERIVATE, MASSIMI E MINIMI

PER LO STUDIO DEI MASSIMI E DEI MINIMI SI PROCEDE AL CALCOLO DELLA DERIVATA PRIMA E SUCCESSIVA= MENTE LA SI PONE UGUALE A ZERO:

$$y' = \frac{(4x)(x^2-1)-(2x^2+1)\cdot(2x)}{(x^2-1)^2} = \frac{4x^3-4x-4x^3-2x}{(x^2-1)^2} =$$

$$y' = \frac{-6x}{(x^2-1)^2}$$

PONGO UGUALE A ZERO

$$\frac{-6x}{\cancel{(x^2-1)^2}} = 0 \qquad (x^2-1)^2 \neq 0$$

$$x \neq \pm 1$$

$$-6x = 0$$

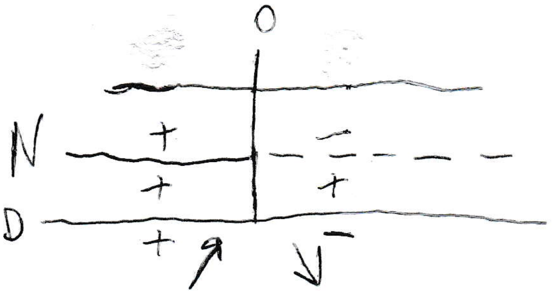
$x = 0$ PUNTO CRITICO

ORA PER IL CALCOLO DEI MASSIMI E DEI MINIMI SI PONE $y' > 0$

$$y' > 0 \qquad \frac{-6x}{(x^2-1)^2} > 0$$

N>0
$$-6x > 0$$
$$6x < 0 \Rightarrow x < 0$$

D>0
$$(x^2-1)^2 > 0$$
$$\forall x \in \mathbb{D}$$



$x=0$ PUNTO DI MASSIMO

$$y = \frac{2\cdot 0^2+1}{0^2-1} = -1$$

$$MAX(0,-1)$$

GRAFICO